	Machines courants alternatifs
	Distribution en triphasé équilibré

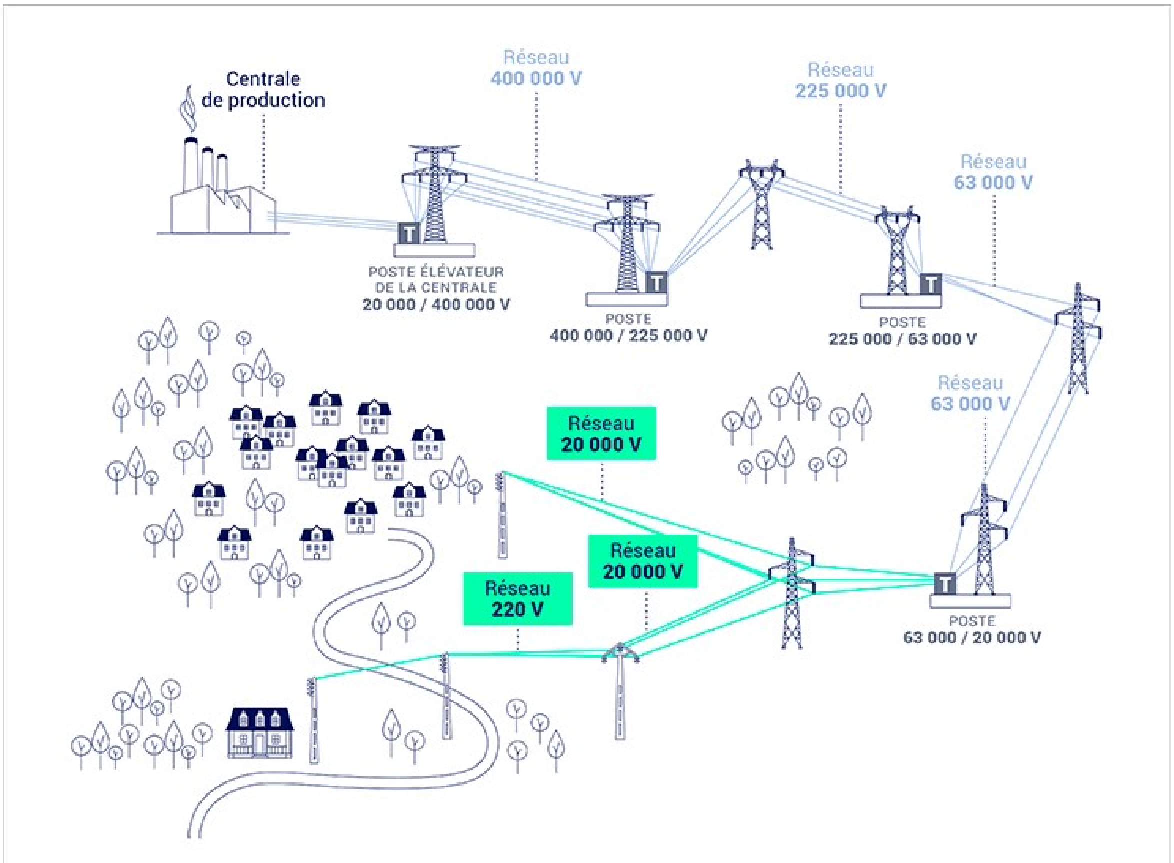
1. Transport de l’énergie électrique en France

Les premiers réseaux électriques ont étés construits vers 1870, à la suite de l’invention de la dynamo de Gramme. Il s’agissait de réseaux continus sous une tension de 110 V, dont les dimensions atteignaient à peine le kilomètre.

Dynamo de Gramme (1871)

Vers 1890 sont apparus les réseaux alternatifs, d’abord monophasés puis diphasés et triphasés, qui, grâce au transformateur, permettent le transport de l’énergie à de grandes distances sous haute tension, afin de diminuer l’intensité du courant et donc la section des câbles.

Les distributions triphasées se généralisèrent avec une fréquence de 50 Hz en Europe et 60 Hz aux USA.



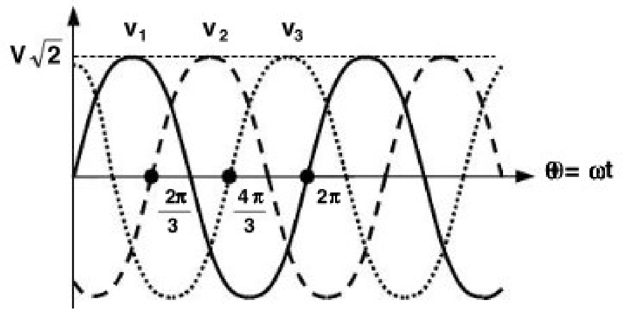
Une partie du réseau de distribution. La partie « réseau de répartition » n’est pas représentée.

2. Définitions

Un système triphasé équilibré de tensions (ou de courants) est formé de 3 grandeurs sinusoïdales de même valeur efficace V, de même fréquence f et déphasées de 120° les unes par rapport aux autres.
Le réseau de distribution publique délivre un système triphasé équilibré de tensions.
Si les 3 tensions passent par « 0 » dans l'ordre : v_1, v_2, v_3, … le système triphasé de tensions est dit direct et s'écrit sous la forme :

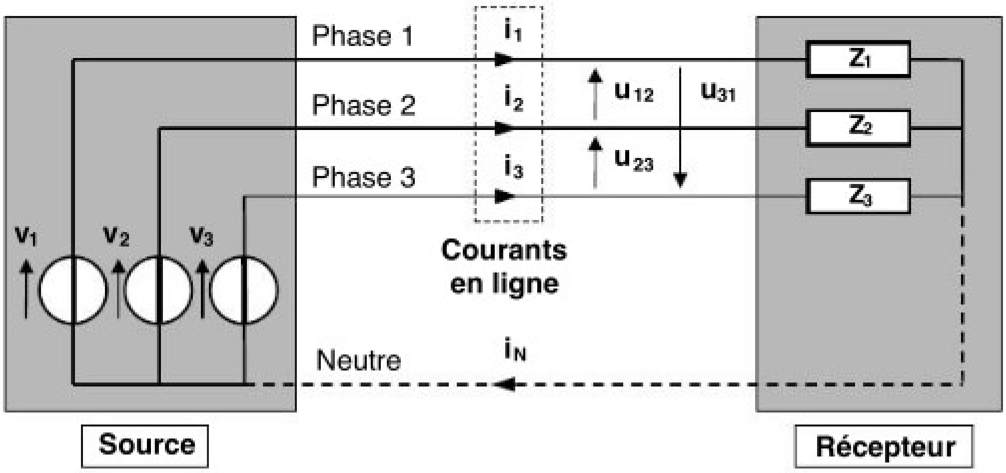
$$v_1(t)=V.\sqrt{2}.\sin\omega.t$$
$$v_2(t)=V.\sqrt{2}.\sin(\omega.t-\frac{2\Pi}{3})$$
$$v_3(t)=V.\sqrt{2}.\sin(\omega.t-\frac{4\Pi}{3})$$

ω = 2πf est la pulsation en rad/s.



3. Tensions simples et tensions composées

Une installation triphasée comporte :
- 3 fils de ligne identiques appelés phases ;
- un quatrième fil appelé neutre.



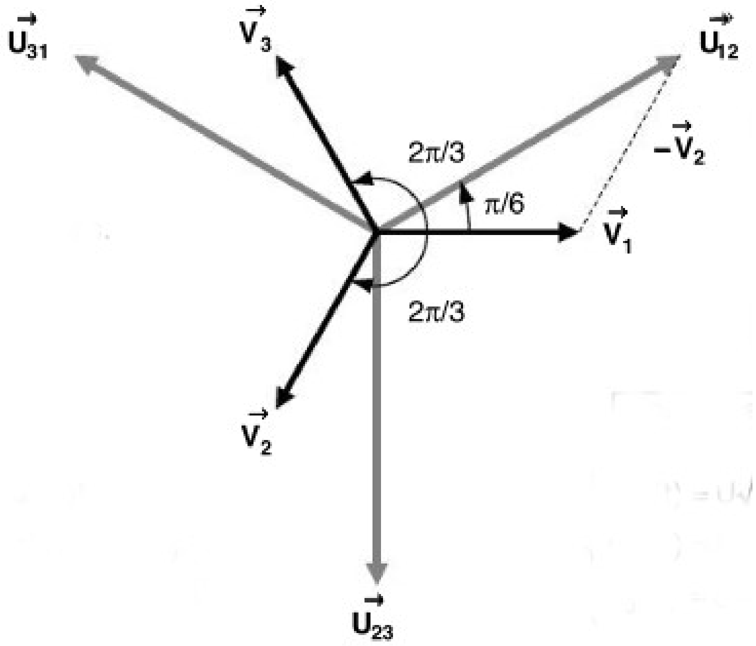
La **tension simple v_i** est la différence de potentiel entre la phase **i** et le **neutre**.
Sa valeur efficace est notée **V** (= 230 V pour le réseau de distribution publique).

La **tension composée $u_{ij} = v_i - v_j$** est la différence de potentiel entre deux phases **i** et **j**.
Sa valeur efficace est notée **U** (= 400 V pour le réseau de distribution publique).

4. Représentation de Fresnel des tensions

Sachant que les tensions simples s'écrivent :

$$v_1(t)=V.\sqrt{2}.\sin\omega.t$$
$$v_2(t)=V.\sqrt{2}.\sin(\omega.t-\frac{2\Pi}{3})$$
$$v_3(t)=V.\sqrt{2}.\sin(\omega.t-\frac{4\Pi}{3})$$



U = V.√3

On obtient alors les tensions composées suivantes :

$$u_{12}(t)=U.\sqrt{2}.\sin(\omega.t+\frac{\Pi}{6})$$

$$u_{23}(t)=U.\sqrt{2}.\sin(\omega.t-\frac{\Pi}{2})$$

$$u_{31}(t)=U.\sqrt{2}.\sin(\omega.t-\frac{7.\Pi}{6})$$

Les sommes vectorielles étant nulles, on peut écrire en valeurs instantanées que :
$v_1 + v_2 + v_3 = 0v$ et $u_{12} + u_{23} + u_{31} = 0V$

Les **tensions composées** forment un système triphasé équilibré en avance de π/6 (pour un système direct) sur celui des **tensions simples**.

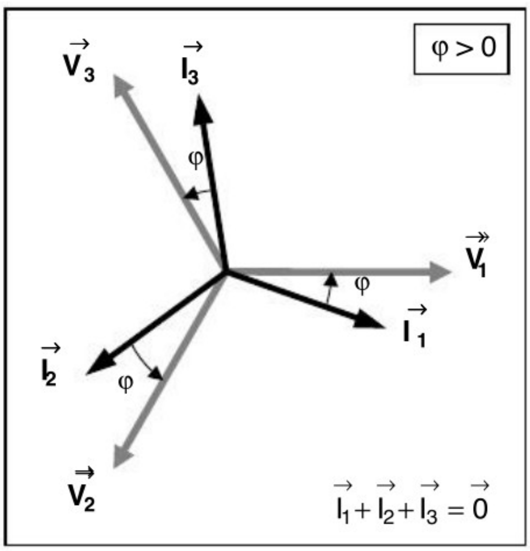
5. Représentation de Fresnel des courants

On suppose le récepteur triphasé de nature inductive.

$$\begin{cases} i_1(t) = \dfrac{V\sqrt{2}}{Z}\cdot\sin\left(\omega t - \varphi\right) \\ i_2(t) = \dfrac{V\sqrt{2}}{Z}\cdot\sin\left(\omega t - \varphi - 2\pi/3\right) \\ i_3(t) = \dfrac{V\sqrt{2}}{Z}\cdot\sin\left(\omega t - \varphi - 4\pi/3\right) \end{cases} \quad \text{où} \quad \begin{cases} Z = |\underline{Z}| \\ \varphi = \text{Arg }\underline{Z} \end{cases}$$

Dans un couplage en étoile équilibré, on peut écrire :

$$\boxed{i_1 + i_2 + i_3 = i_N = 0}$$



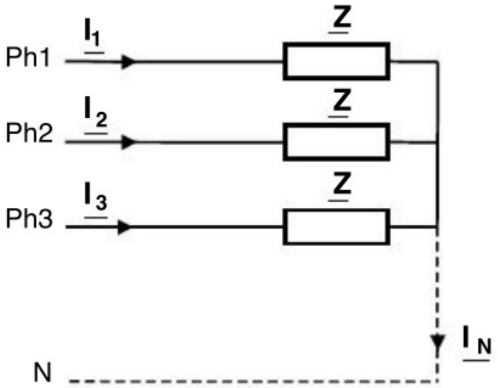
Note pour un récepteur triphasé seul :
Les courants en ligne forment un système triphasé équilibré.
Le conducteur de neutre ne joue aucun rôle et peut être supprimé.

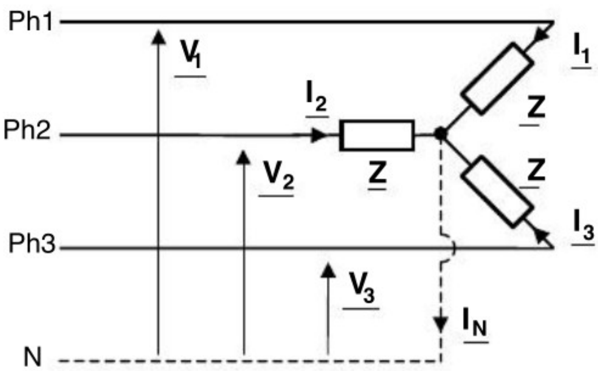
Note pour un réseau réel
Le réseau triphasé industriel comporte des récepteurs triphasés (usagers industriels généralement) et des récepteurs monophasés (usagers domestiques branchés entre phase et neutre). Il ne peut pas être rigoureusement équilibré en courant ($i_N \neq 0$), à cause notamment des usagers domestiques.
En pratique, on ne supprime pas le conducteur de neutre sur un réseau et on ne met pas de fusible.

Note sur les régimes de neutre
Dans un réseau de distribution d'énergie, le point neutre N est fréquemment relié à la terre, soit par une connexion directe d'impédance nulle (régime TT), soit par une impédance qui est, en pratique, une réactance (régime IT). Cette impédance aura pour effet de limiter le courant de défaut en cas de déséquilibre modéré ou franc (court-circuit). L'élévation du potentiel du neutre peut alors devenir dangereuse, mais sa détection permet d'opérer une manœuvre de coupure avant d'atteindre les valeurs jugées inadmissibles.

6. Le couplage Étoile

Un récepteur triphasé équilibré couplé en étoile correspond aux représentations suivantes :

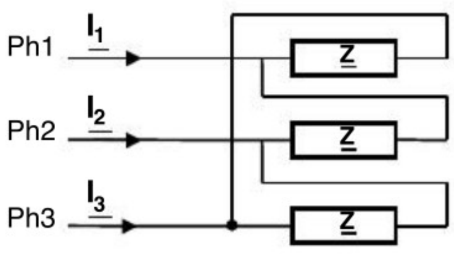


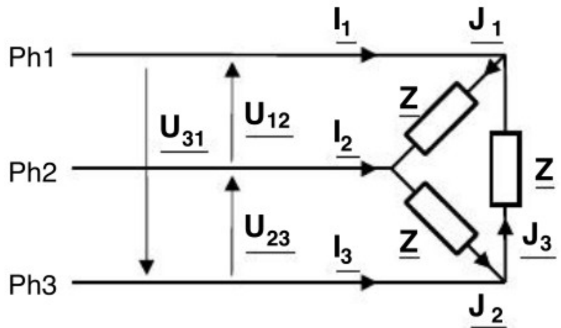


La tension aux bornes d'un élément du récepteur est la tension simple.

7. Le couplage Triangle

Un récepteur triphasé équilibré couplé en triangle correspond aux représentations suivantes :





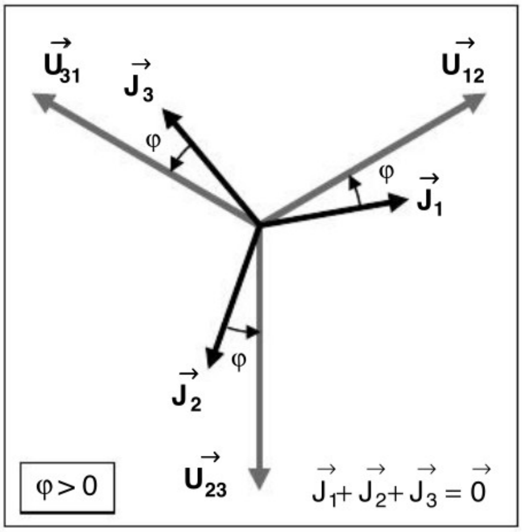
La tension aux bornes d'un élément du récepteur est la tension composée.
Le courant qui traverse chaque élément n'est plus le courant en ligne i. Il est noté j.

Représentation de Fresnel des courants :

On suppose le récepteur triphasé de nature inductive.

Les relations entre i et j sont : $\begin{cases} i_1 = j_1 - j_3 \\ i_2 = j_2 - j_1 \\ i_3 = j_3 - j_2 \end{cases}$

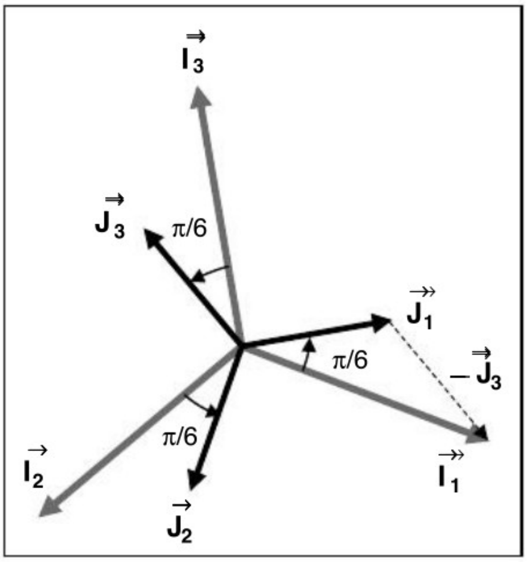
$$\begin{cases} j_1(t) = \dfrac{U\sqrt{2}}{Z} \cdot \sin\left(\omega t - \varphi + \pi/6\right) \\ j_2(t) = \dfrac{U\sqrt{2}}{Z} \cdot \sin\left(\omega t - \varphi - \pi/2\right) \\ j_3(t) = \dfrac{U\sqrt{2}}{Z} \cdot \sin\left(\omega t - \varphi - 7\pi/6\right) \end{cases} \quad \text{où} \quad \begin{cases} Z = \left|\underline{Z}\right| \\ \varphi = \text{Arg } \underline{Z} \end{cases}$$



Dans un couplage en triangle équilibré, on peut écrire :

$$\boxed{j_1 + j_2 + j_3 = 0}$$

Les courants dans les éléments forment un système triphasé équilibré en avance de π/6 (pour un système direct) sur celui des courants en ligne.



Leur valeur efficace I_Δ est telle que :

$$\boxed{I_\Delta = J\sqrt{3}}$$

Démonstration :
$I_\Delta = 2J.\cos(\pi/6)$

$\begin{cases} I_\Delta : \text{valeur efficace des courants en ligne } (\neq I_Y) \\ J : \text{valeur efficace des courants dans les récepteurs} \end{cases}$

On notera que φ représente le déphasage de la tension simple v_k par rapport au courant en ligne i_k correspondant ou le déphasage de la tension composée u_{kl} par rapport au courant j_k.

8. **<u>Les puissances en triphasé équilibré</u>**

Un récepteur triphasé équilibré peut être considéré comme l'association de 3 récepteurs monophasés identiques

Couplage en ÉTOILE	Couplage en TRIANGLE
Chaque élément est soumis à une tension simple **v** et parcouru par un courant **i**.	Chaque élément est soumis à une tension composée **u** et parcouru par un courant **j**.
$P_Y = 3VI_Y \cdot \cos\varphi$ $Q_Y = 3VI_Y \cdot \sin\varphi$ $S_Y = 3VI_Y$	$P_\Delta = 3UJ \cdot \cos\varphi$ $Q_\Delta = 3UJ \cdot \sin\varphi$ $S_\Delta = 3UJ$
Comme $\mathbf{U = V\sqrt{3}}$, on obtient :	Comme $\mathbf{I_\Delta = J\sqrt{3}}$, on obtient :
$\boxed{\begin{array}{l} P_Y = \sqrt{3}\,UI_Y \cdot \cos\varphi \\ Q_Y = \sqrt{3}\,UI_Y \cdot \sin\varphi \\ S_Y = \sqrt{3}\,UI_Y \end{array}}$	$\boxed{\begin{array}{l} P_\Delta = \sqrt{3}\,UI_\Delta \cdot \cos\varphi \\ Q_\Delta = \sqrt{3}\,UI_\Delta \cdot \sin\varphi \\ S_\Delta = \sqrt{3}\,UI_\Delta \end{array}}$

On constate que les expressions précédentes sont les mêmes quel que soit le type de montage. La similitude n'implique pas pour autant l'égalité des puissances. En effet, pour un récepteur triphasé équilibré donné, d'impédance Z et de facteur de puissance cosφ :

<u>En étoile</u> : $I_Y = \dfrac{V}{Z}$

<u>En triangle</u> : $J = \dfrac{U}{Z} \quad \Rightarrow \quad I_\Delta = \dfrac{U\sqrt{3}}{Z} = \dfrac{3V}{Z} \quad \Rightarrow \quad \boxed{I_\Delta = 3\,I_Y} \quad \Rightarrow \quad \boxed{P_\Delta = 3\,P_Y}$

Le couplage Triangle est donc a privilégier.

9. **<u>Expressions complexes d'un système triphasé</u>**

Aux tensions d'un système triphasé équilibré direct correspondent les amplitudes complexes :

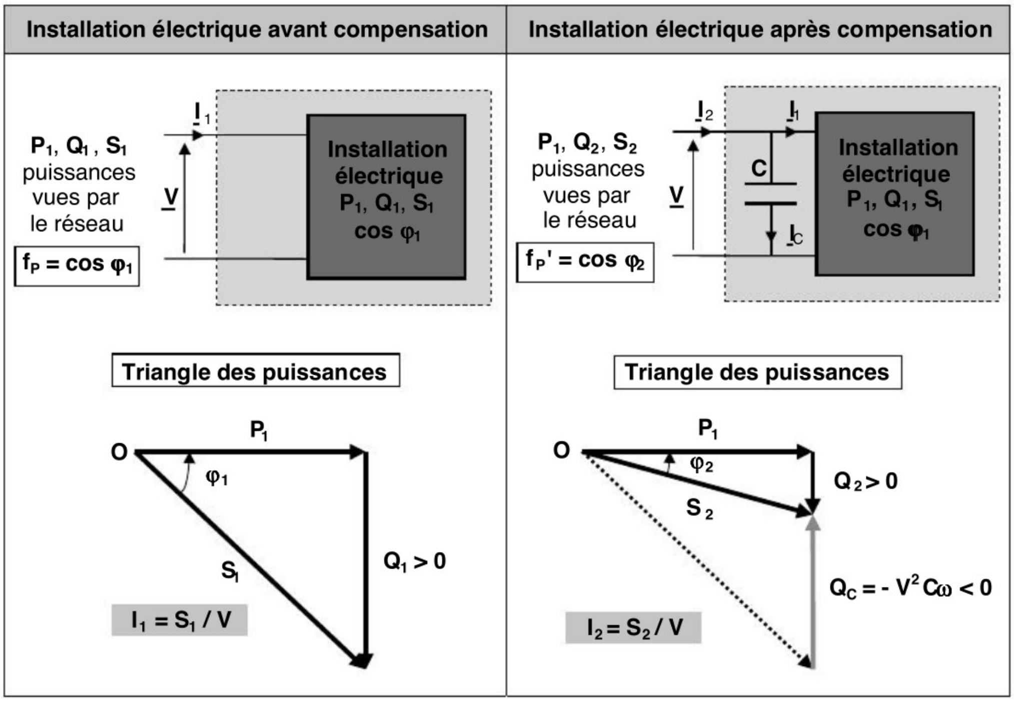
$$\begin{cases} v_1(t) = V\sqrt{2} \cdot \sin \omega t \\ v_2(t) = V\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 2\pi/3) \\ v_3(t) = V\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 4\pi/3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \underline{V_1} = V \cdot e^{j0} = V \\ \underline{V_2} = V \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}} = V \cdot e^{j\frac{4\pi}{3}} \\ \underline{V_3} = V \cdot e^{-j\frac{4\pi}{3}} = V \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} \underline{V_1} = V \\ \underline{V_2} = \underline{a}^2 \cdot V \\ \underline{V_3} = \underline{a} \cdot V \end{array}}$$

Exemple : Déterminons l'amplitude complexe de $\underline{U_{23}}$:

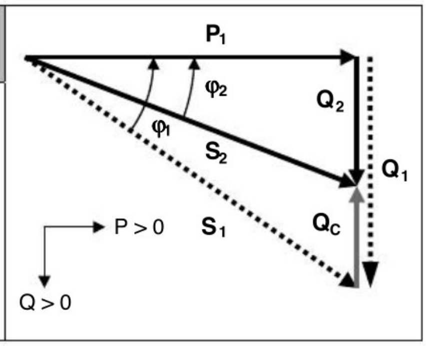
$$\underline{U_{23}} = \underline{V_2} - \underline{V_3} = \left(\underline{a}^2 - \underline{a}\right) \cdot V = \left[-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} - \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right] \cdot V = -j\sqrt{3} \cdot V = -j\sqrt{3} \cdot \underline{V_1}$$

L'expression obtenue montre que : $\begin{cases} \underline{U_{23}} \text{ est en quadrature retard sur } \underline{V_1} \text{ (multiplication par - j)} \\ \text{sa valeur efficace est } \sqrt{3} \text{ fois plus grande : } U = V\sqrt{3} \end{cases}$

10. Amélioration du facteur de puissance :



Puissances	Avant compensation	Après compensation
Puissance **active**	P_1	P_1
Puissance **réactive**	Q_1	Q_2
Puissance **apparente**	S_1	S_2
Facteur de **puissance**	$\cos \varphi_1$	$\cos \varphi_2$



D'après le théorème de Boucherot, la puissance réactive de compensation à installer est :

$$Q_C = Q_2 - Q_1 \rightarrow Q_C = P_1.(\tan \varphi_2 - \tan \varphi_1) < 0$$

$$C = \frac{P_1(\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2)}{V^2 \omega}$$

Après compensation, I2 est beaucoup plus faible que I1, ce qui se traduit par une diminution de la section des câbles et des pertes en ligne ainsi qu'une réduction de la chute de tension.

Rappels sur les puissances en monophasé :

$v(t)=V.\sqrt{2}.\sin\omega.t$ et $i(t)=I.\sqrt{2}.\sin(\omega.t-\varphi)$

La puissance active s'exprime par :

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T V\sqrt{2}\cdot I\sqrt{2}\cdot\sin\omega t\cdot\sin(\omega t-\varphi)\cdot dt$$

$$=\frac{2VI}{2T}\int_0^T\left[\cos\varphi-\overbrace{\cos(2\omega t-\varphi)}^{\text{Fonction circulaire}}\right]\cdot dt$$

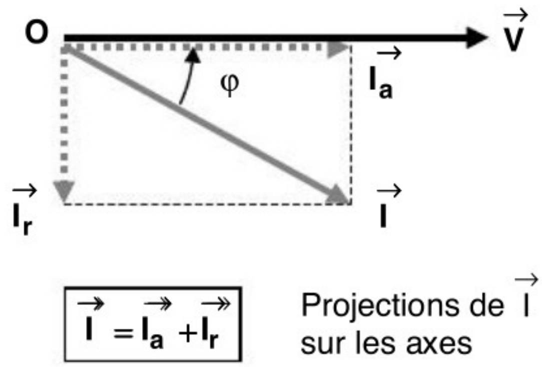
car $\sin a.\sin b=\frac{\cos(a-b)-\cos(a+b)}{2}$

On décompose cette intégrale en deux termes. Le second terme est nul (l'intégrale d'une fonction circulaire sur un nombre entier de périodes est nulle). Il reste donc :

$$P=\frac{VI}{T}\int_0^T\cos\varphi\cdot dt=\frac{VI\cdot\cos\varphi}{T}\cdot[t]_0^T=VI\cdot\cos\varphi$$

On obtient donc que la **puissance active est P = V.I.cos φ**

La figure ci-dessous représente le diagramme de Fresnel des courants et tensions du dipôle en prenant la tension v(t) comme origine des phases.



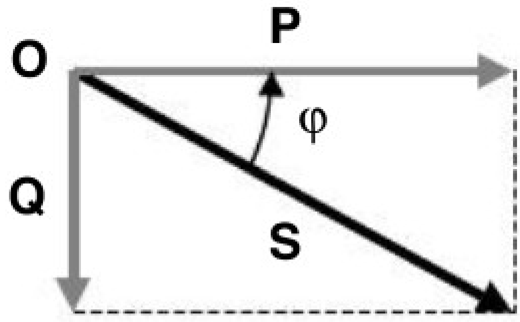
La puissance active a pour expression : **P = V.I.cos φ = V.I$_a$**

Par analogie, on définit la puissance réactive par : **Q = V.I.sin φ = V.I$_r$**

La puissance réactive traduit l'importance de l'échange d'énergie entre la source et les éléments réactifs du dipôle (bobine, condensateur), sans qu'il n'y ait, en moyenne, de consommation de puissance (active). Elle s'exprime en voltampères réactifs : Var

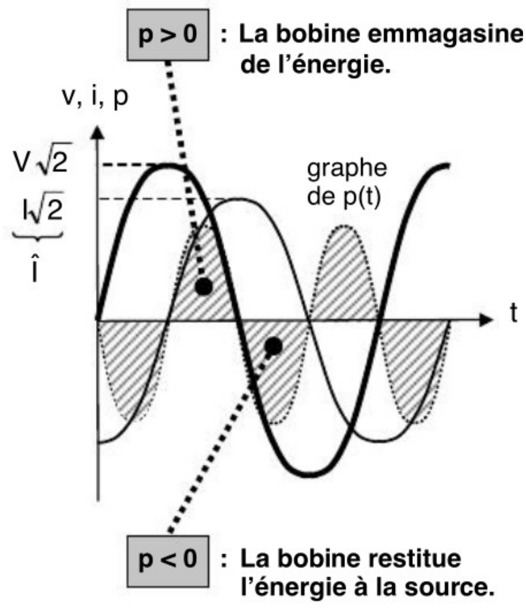
Les projections I_a et I_r sont appelées respectivement **composante active** et **composante réactive** du courant.

On obtient ce diagramme :



et ainsi, Q = V.I sinφ = P.tan φ : Q étant la puissance réactive en VAr
et $S^2 = P^2 + Q^2$: S étant la puissance apparente, en VA

<u>Interprétation physique de la puissance réactive :</u>
Dans un circuit comportant des éléments réactifs, l’énergie échangée entre la source et ces éléments se solde par un bilan moyen nul : cet échange a lieu dans les deux sens.

Exemple avec une bobine d’inductance L $\begin{cases} v(t) = V\sqrt{2} \cdot \sin \omega t \\ i(t) = I\sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \end{cases}$ et $p(t) = v(t).i(t)$	

Lorsque i(t) augmente de 0 à I_{max}, elle emmagasine de l’énergie électromagnétique fournie par la source : $W_{max} = \frac{1}{2} L \hat{I}^2 = LI^2 = \frac{Q}{\omega}$
Lorsque i(t) diminue de Î à 0, la bobine restitue cette énergie à la source, qui la lui fournit à nouveau lors de la variation de i(t) de 0 à - Î, etc.
La puissance réactive Q traduit l’importance de cet échange d’énergie (dite oscillante).

L’énergie fournie à la bobine sur une période est bien nulle car elle est représentée par la différence entre les aires grisées. Ce résultat est en accord avec l’expression générale de la puissance active.
Un raisonnement analogue pourrait être tenu avec un condensateur de capacité C , qui emmagasine de l’énergie sous forme électrostatique :

$$W_{max} = \frac{1}{2} C\hat{V}^2 = CV^2 = \frac{|Q|}{\omega}$$

<u>Théorème de BOUCHEROT :</u> Conservation des puissances active et réactive
Dans un réseau électrique constitué de dipôles parcourus par des courants sinusoïdaux de même fréquence, la puissance active (respectivement réactive) totale fournie par le réseau est égale à la somme algébrique des puissances actives (respectivement réactives) consommées par chaque dipôle.

Exercice :
Un récepteur triphasé équilibré est constitué de trois bobines identiques couplées en triangle.
Chaque bobine du récepteur possède : $R=2{,}19\ \Omega$; $L=4$ mH
Ce récepteur est alimenté par une ligne triphasée. Dans chaque fil d'alimentation, on trouve une bobine de ligne de caractéristiques : $r=0{,}935\ \Omega$; $l=3{,}95$ mH, r et l étant en série

La fréquence du système est : $f=50$ Hz

On note :

- U la tension composée aux bornes de l'alimentation ;
- U′ la tension composée aux bornes du récepteur ;
- I le courant dans chaque fil de ligne.

Questions :

1. Sachant que dans chaque fil d'alimentation circule un courant de 43,3 A, déterminer les tensions U et U′. Quelle est la chute de tension dans les fils d'alimentation ?
2. Quel serait le courant dans chaque fil d'alimentation si la tension appliquée U était de 220 V ? Quelle serait alors la valeur de U′ ?
3. Quelle valeur devraient avoir les condensateurs branchés en A, B, C, couplés :
   - en triangle ;
   - puis en étoile ;

   pour relever le facteur de puissance à l'entrée de la ligne à 1 ?
4. Peut-on obtenir le même résultat en branchant les condensateurs en A′, B′, C′ ?