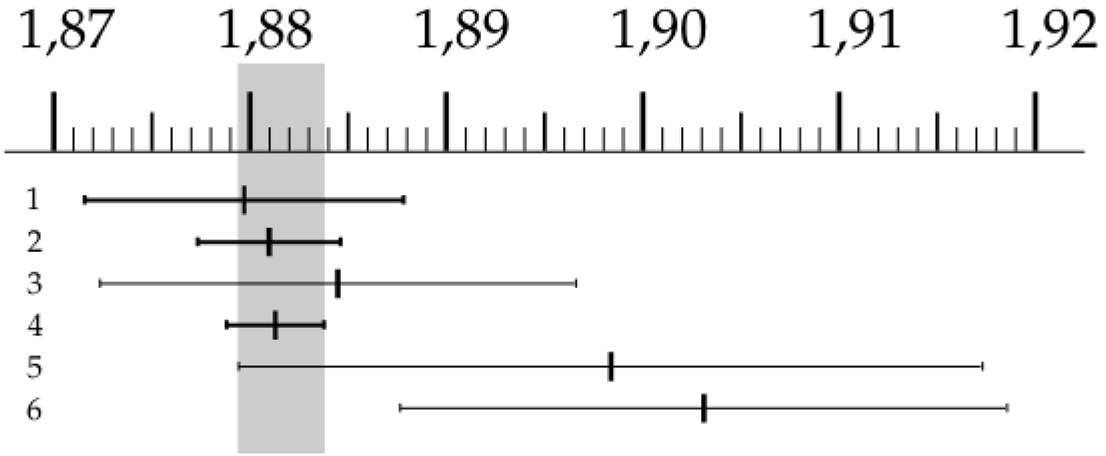
MT4

Métrologie

Institut des Sciences et Techniques des Yvelines
CAMPUS DE MANTES EN YVELINES
CAMPUS DE SAINT-QUENTIN-EN-YVELINES

Olivier Snoeck
Olivier.snoeck@uvsq.fr



Le résultat de la mesure d’une grandeur doit toujours être présenté avec l’incertitude associée. Son calcul va permettre d’avoir un regard critique :

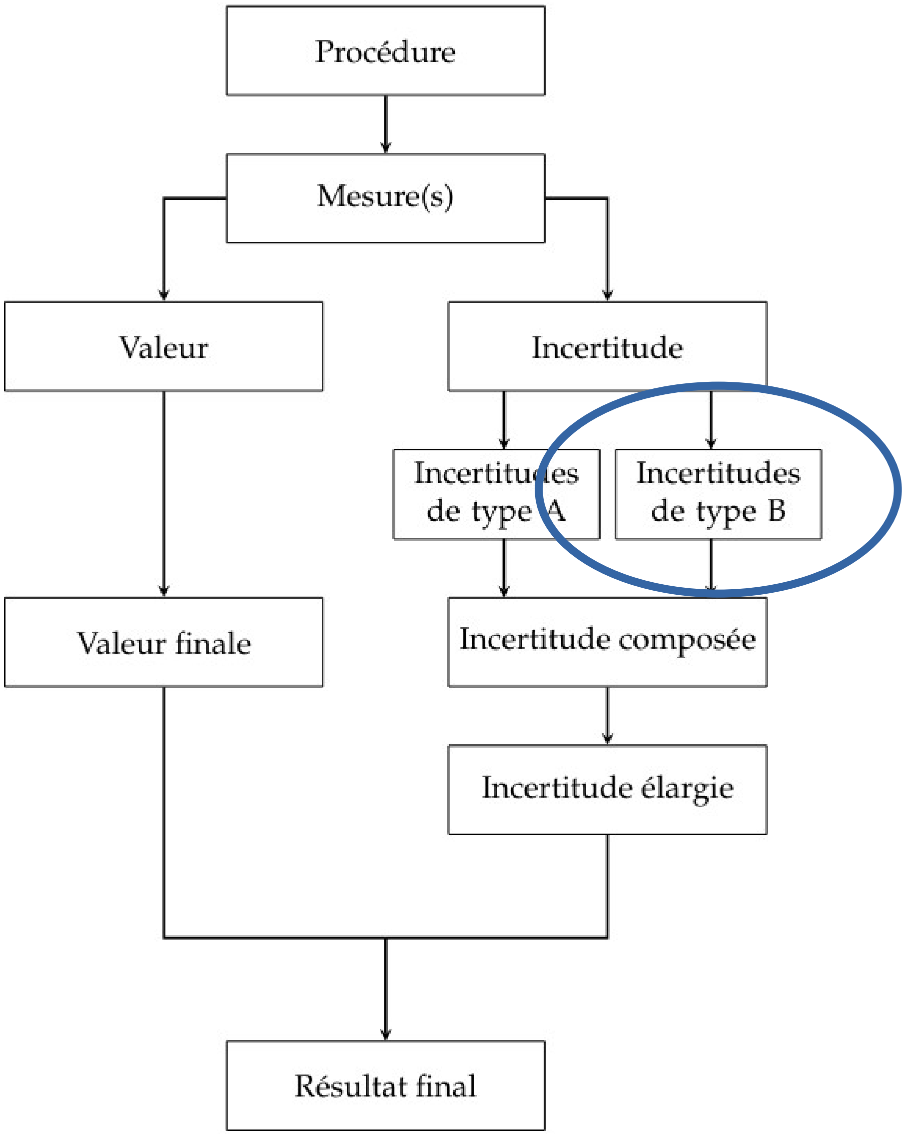
– la mesure effectuée correspond-t-elle à la valeur attendue qualitativement ?

– bien que la valeur de la mesure diffère entre deux expériences, est-ce que le mesurande a réellement changé ?

– est-ce que la mesure est reproductible ?

– quel est le nombre de chiffres significatifs de ma mesure ?

– si on doit mesurer une concentration en dessous d’un certain seuil, est-ce que la mesure garantit de respecter la norme ?


Procédure
Mesure(s)
Valeur
Incertitude
Incertitudes de type A
Incertitudes de type B
Valeur finale
Incertitude composée
Incertitude élargie
Résultat final

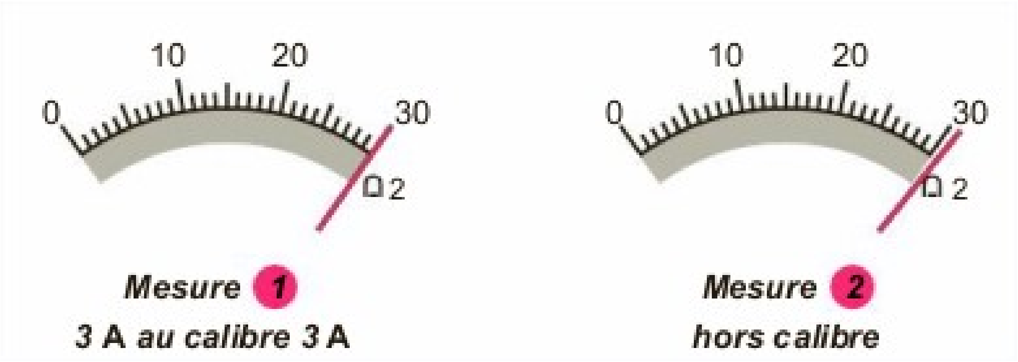
incertitude de type B

La plupart du temps, une mesure statistique complète demande une étude trop longue pour pouvoir être menée de A à Z. Il faut alors utiliser des données fournies par un organisme tierce (le fabricant du matériel, une office national de métrologie, etc).

→ Type B : pas de probabilités

Calibre et incertitude de mesure

Le calibre d'un appareil de mesure est la valeur maximale que celui-ci peut mesurer. Dans le cas d'un appareil analogique, il correspond à la pleine échelle : lorsque l'aiguille est à sa déviation maximale, la valeur affichée est celle du calibre



Mesures de courant avec un ampèremètre magnéto-électrique de classe 2.

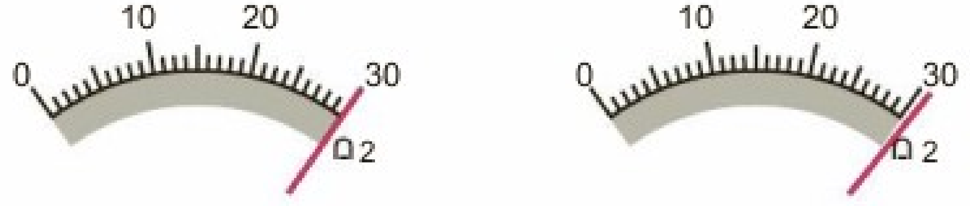
Calibre et incertitude de mesure

exemple d’un ampèremètre de calibre 3 A :

• il permet de mesurer des courants inférieurs ou égaux à 3 A et, lorsque l’aiguille est à sa déviation maximale, il est traversé par un courant de 3 A sur la figure de gauche ;

• si l’on souhaite mesurer un courant de 5 A, par exemple, l’ampèremètre se révèle inadapté et la mesure est hors calibre. L’aiguille cherche à dépasser sa déviation maximale, comme illustré sur le volet de droite de la figure, et il y a un risque de détérioration de l’appareil. Il faut alors choisir un calibre plus élevé ;

• si l’on souhaite mesurer un courant de 200 mA, c’est-à-dire plus de dix fois plus petit que le calibre, l’appareil se révèle inadapté à cause de l’incertitude de mesure associée au calibre 3 A. On préférera dans ce cas disposer d’un calibre moins grand.



Mesure 1
3 A au calibre 3 A

Mesure 2
hors calibre

Calibre et incertitude de mesure

Toute mesure doit en effet être appréhendée avec l’ incertitude qui lui est associée. À partir de la **classe** de l’ampèremètre, qui est indiquée dans le cadran, on détermine :

- l’incertitude-type u(I) associée à la valeur mesurée I du courant par la relation

$$u(I)=\frac{classe}{100}\,x\,calibre$$

- l’incertitude relative

$$Incertitude\ \ relative=\frac{Incertitude\ \ absolue}{résultat}$$

$$\%Incertitude=\frac{Incertitude\ \ absolue}{résultat}\,x\,100$$

- l’incertitude élargie

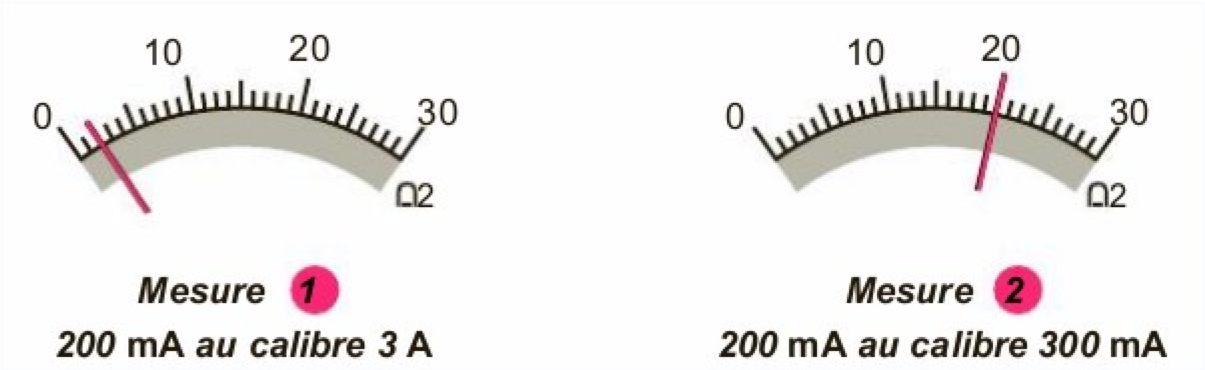
$$U(I)=2.u(I)$$

  à partir de laquelle on définit un intervalle d’encadrement de la mesure avec un niveau de confiance à 95 %:

$$I-U(I)\leqslant I\leqslant I+U(I)$$

Calibre et incertitude de mesure

On remarque que pour un appareil analogique de classe donnée, les différentes incertitudes ainsi que la largeur de l’intervalle ne dépendent pas de la valeur qui est mesurée mais uniquement du calibre

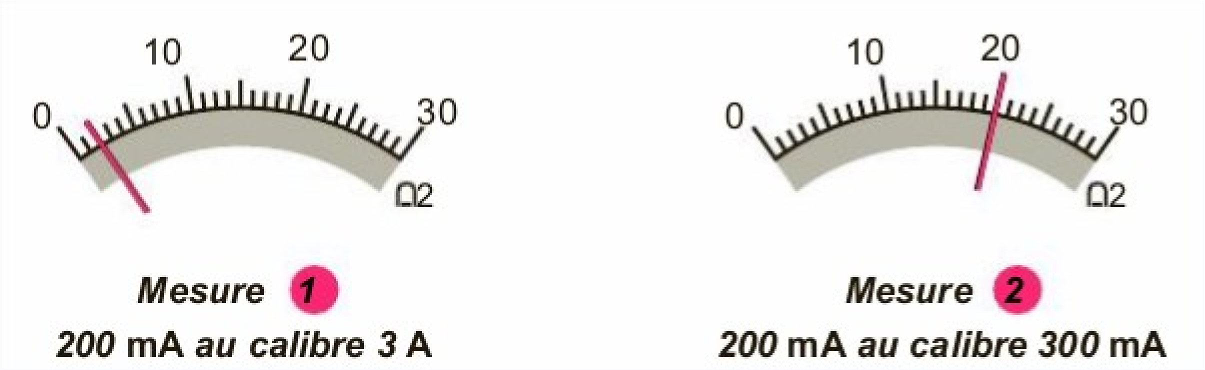


Mesures effectuées avec un ampèremètre de **classe 2** de calibre 3 A (mesure 1) et 300 mA (mesure 2) et indiquant un courant de 200 mA.

→ Calculons l’incertitude type, l’incertitude relative et l’incertitude élargie pour les 2 cas (même valeur d’intensité mais 2 calibres différents)

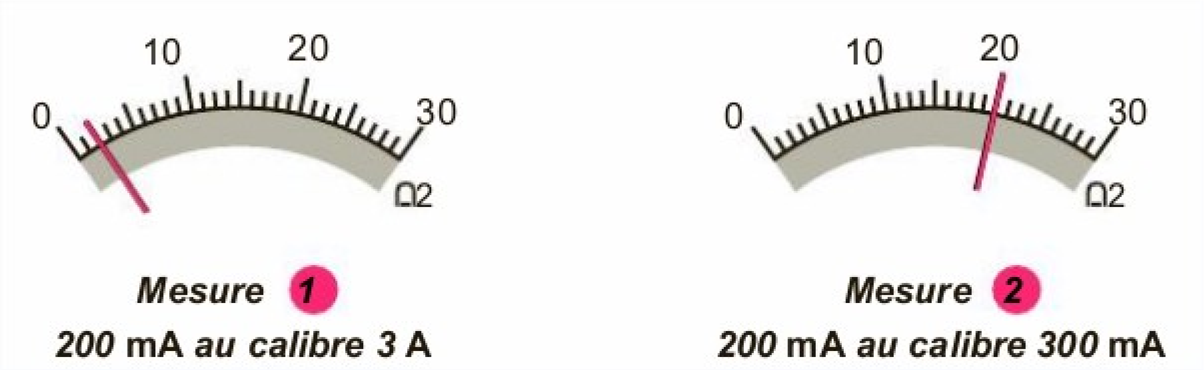
Calibre et incertitude de mesure

$$u(I) = \frac{classe}{100}\, x\, calibre$$

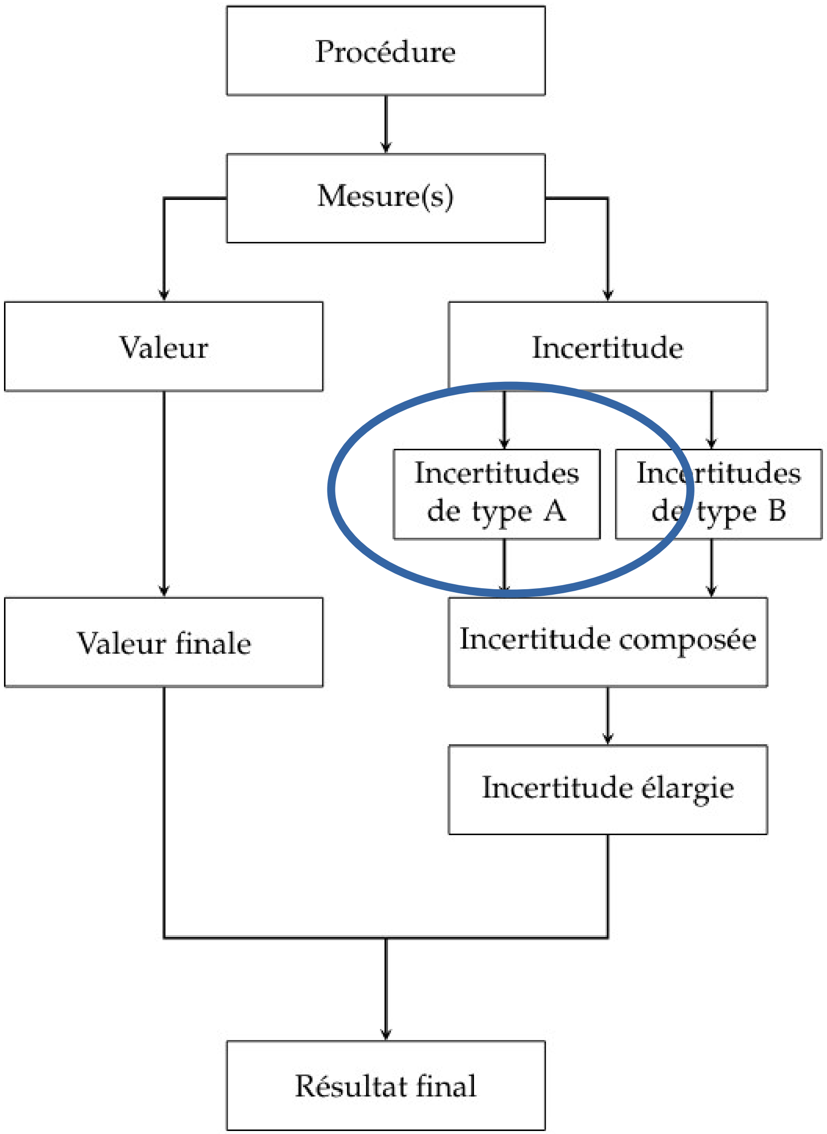


• avec le calibre 3 A, la mesure de 200 mA est associée à une incertitude-type u(I) = 60 mA correspondant à une incertitude relative u(I) /I = 30 %.
L’incertitude élargie vaut U(I) = 120 mA, de sorte que le courant mesuré a 95 % de chances de présenter une intensité comprise dans l’intervalle 80 mA ≤ I ≤ 320 mA ;
• avec le calibre 300 mA, l’incertitude-type vaut u(I) = 6mA et l’incertitude relative u(I) /I=3%
Cette fois-ci, l’incertitude élargie vaut U(I) = 12 mA et le courant mesuré a 95 % de chances de prendre sa valeur dans l’intervalle 188 mA ≤ I ≤ 212 mA.

Calibre et incertitude de mesure



	Calibre 3A	Calibre 300mA
Valeur mesurée I	200mA	200mA
Incertitude type u(I)	60mA	6mA
Incertitude relative u(I)/I	30 %	3 %
Incertitude élargie U(I)	120mA	12mA


Procédure
Mesure(s)
Valeur
Incertitude
Incertitudes de type A
Incertitudes de type B
Valeur finale
Incertitude composée
Incertitude élargie
Résultat final

incertitude de type A

Lorsque c’est possible, avoir une étude statistique plutôt qu’une unique mesure permet de réduire de manière significative l’incertitude. En plus de la diminution de l’incertitude, un ensemble de mesure permet de prendre simultanément en compte des effets qui sont autrement difficiles à estimer. L’intérêt des méthodes statistiques est d’autant plus élevé que le nombre de mesure est grand.
→ Type A : probabilités

incertitude de type A

Moyenne

$$<m>=\bar{m}=\frac{m_1+m_2+...+m_n}{n}$$

$$<m>=\bar{m}=\frac{1}{n}.\sum_{i=1}^{n} m_i$$

écart type σ *(sigma)*

$$\sigma=\sqrt{\frac{(m_1-\bar{m})^2+(m_2-\bar{m})^2+...+(m_n-\bar{m})^2}{n-1}}$$

$$\sigma=\sqrt{\frac{1}{n-1}.\sum_{i=1}^{n}(m_i-\bar{m})^2}$$

Le dénominateur est égal à n − 1. Il faut faire attention car il existe également l'écart-type quadratique $\sigma'_{n,A}$ pour lequel le dénominateur est égal à n. Il faut ici retenir qu'il est impossible de calculer une incertitude de type A fiable à partir d'une unique mesure. Le dénominateur est donc bien n − 1 et pas n. On a aussi $\sigma'_n > \sigma_{n-1}$ mais la différence est d'autant plus faible que n est grand.

incertitude de type A

Moyenne

$$<m> = \bar{m} = \frac{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}{n}$$

$$<m> = \bar{m} = \frac{1}{n} . \sum_{i=1}^{n} m_i$$

écart type σ *(sigma)*

$$\sigma = \sqrt{\frac{(m_1 - \bar{m})^2 + (m_2 - \bar{m})^2 + \ldots + (m_n - \bar{m})^2}{n-1}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} . \sum_{i=1}^{n} (m_i - \bar{m})^2}$$

L'incertitude-type à retenir est l'écart-type de la moyenne

$$u_{\bar{z},A} = \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$$

incertitude de type A

L'incertitude-type à retenir est l'écart-type de la moyenne

$$u_{\bar{z},A} = \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$$

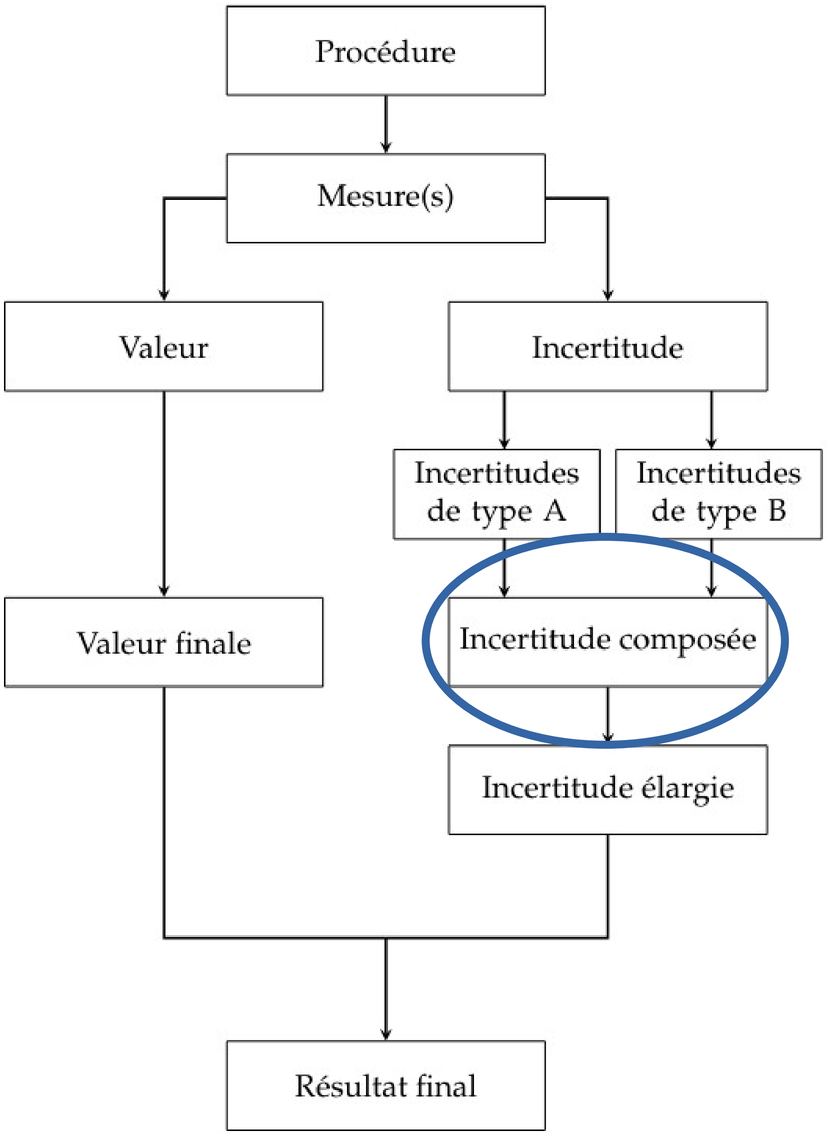
NB : l'incertitude-type tend vers 0 lorsque n augmente et qu'elle diminue comme la racine carrée de n. Il faut donc 4 fois plus de mesures pour diviser par deux l'incertitude. En pratique, à partir d'une cinquantaine de mesures, l'analyse statistique commence à être robuste. En dessous, l'incertitude sur l'incertitude-type est relativement élevée

incertitude de type A

L'incertitude-type à retenir est l'écart-type de la moyenne

$$u_{\bar{z},A} = \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$$

n	Incertitude sur l'incertitude $\Delta\sigma/\sigma$ en %
2	76
3	52
4	42
5	36
10	24
20	16
30	13
50	10


Procédure
Mesure(s)
Valeur
Incertitude
Incertitudes de type A
Incertitudes de type B
Valeur finale
Incertitude composée
Incertitude élargie
Résultat final

Propagation des incertitudes

Après avoir obtenu les incertitudes de type A et B, il faut en déduire l'incertitude finale sur la grandeur z mesurée. Dans le cas d'une grandeur dont on connaît les sources d'incertitude, il faut ajouter les différentes incertitudes-types de type A ou B pour toutes les sources d'incertitude

$$\sigma_z = \sqrt{\sum_i {u_{i,B}}^2 + \sum_i {u_{i,A}}^2}$$